

27--- प्रकीर्ण आरेख ।

### खी निरूपण

al Representation)

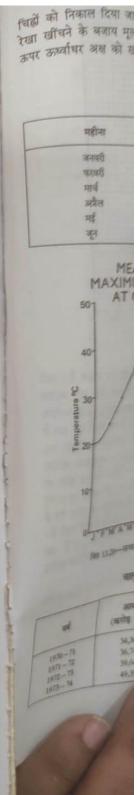
का नियमित (regular) व निष्कोण न, आलेखी निरूपण कहलाता है। ये Y निर्देशांकों (co-ordinates) की ये बिन्दुओं की शृंखला को मिलाकर दु की Y-अक्ष (ऊर्घ्वाधर अक्ष) से तांक तथा X-अक्ष (क्षैतिज अक्ष) से कि कहते हैं। दूसरे शब्दों में, किसी तिज अक्ष पर तथा Y निर्देशांक को हैं। दोनों निर्देशांकों की दूरियाँ को क प्रतिच्छेदन बिन्दु, जिसे मूल बिन्दु हैं तथा जिसका मान शून्य होता है ालेख में बनाये गये वक्र का प्रत्येक को प्रकट करता है अतः आरेखों की गुद्ध होते हैं। इसके अतिरिक्त इन्हें न्त सरल होता है। किसी तथ्य या के अनुसार घटित उतार-चढ़ावों को बी निरूपण एक सक्षम विधि है। प्रमुख विधियों को नीचे समझाया

### साधारण रैखिक आलेख [1] (Simple linear graph)

पूर्गाल

(Simple mean में केवल एक वक्र होता है अर्थात साधारण रेखिक आलेख में केवल एक वक्र होता है अर्थात साधारण राजना इस आलेख के द्वारा दिये हुए क्षेत्र या स्थान के किसी एक तथा इस आलख में बायुदाब, जनसंख्या, आय, व्यय, निर्यात जैसे, तापमान, वर्षा, वायुदाब, जनसंख्या, आय, व्यय, निर्यात जस, तापनान, आयात अथवा उत्पादन आदि, के आँकड़ों के कालिक परिवर्तन आयात जनग या उतार-चढ़ावों को प्रदर्शित किया जाता है। यह एक अत्यन्त या उतार पड़ारा के जिसका अनेक विषयों में प्रयोग होता है। लोकप्रिय आलेख है जिसका अनेक विषयों में प्रयोग होता है। लाकात्रज राखक आलेख की रचना करने के लिये सर्वप्रथम गाफ सायारण एक-दूसरे को समकोण पर काटती हुई दो सरल रेखाएँ खींचते हैं। इन सरल रेखाओं में क्षेतिज सरल रेखा को X अब या क्षेतिज अक्ष तथा ऊर्ध्वाधर सरल रेखा को Y अक्ष या अर्ध्वाधर अक्ष कहा जाता है। क्षैतिज अक्ष पर दिये हुए समय की अवधि को समान दूरी के अन्तराल पर चिह्न लगाकर प्रकट करते हैं तथा ऊर्ध्वाधर अक्ष पर दिये हुए मूल्यों की मापनी बनाते हैं। इसके पश्चात् भिन्न-भिन्न महीनों, वर्षों, दशाब्दियों अथवा शताब्दियों, जैसी भी दशा हो, के आँकड़ों को प्राफ पेपर पर अलग-अलग बिन्दुओं के द्वारा प्रकट करते हैं तथा अन्त में इन बिन्दुओं को मिलाते हुए वक्र खींच देते हैं। याफ-पेपर पर बिन्दु अंकित करने की विधि को एक उदाहरण देकर स्पष्ट किया ज सकता है। मान लीजिये 1981 में किसी वस्तु का उत्पादन 1000 मीटरी टन था तो इस संख्या को प्रकट करने के लिये 1981 व 1000 मीटरी टन के चिह्नों से सम्बन्धित अक्षों पर उठाये गये लम्बों के प्रतिच्छेदन बिन्दु को चिह्नित कर दिया जायेगा। दूसरे शब्दों में, 1981 के चिह्न से 1000 मीटरी ठन के बराबर लम्ब दूरी पर अंकित किया गया चिह्न अभीष्ट बिन्द होगा।

रैखिक आलेख के ऊर्ध्वाधर अक्ष पर अंकित मापनी क शून्य सदैव मूलबिन्दु पर होता है तथा इसे दिखलाना आवश्यक है। अर्द्ध-लघुगणकीय माफ इसका अपवाद है। कभी-कभी दिये हुए मूल्यों में न्यूनतम मूल्य का मान भी इतना बड़ा होता है कि यदि शून्य से अधिकतम मुल्य तक की पूरी मापनी बनाकर क खींचा जाये तो याफ-पेपर पर वक्र व क्षेतिज अक्ष के मध्य करणी स्थान व्यर्थ खाली पड़ा रह जायेगा। इसी प्रकार यदि सभी मूल्य बड़े-बड़े हैं तथा उनका अन्तर अधिक नहीं है तो मापनी को किसी छोटे अन्तराल पर विभाजित करना पड़ेगा, जिसके लिये अपेक्षाकृत बड़े आकार वाले ग्राफ-पेपर की आवश्यकता होगी। ऐसी दशा में आधासी आधार रेखा (false base line) की प्रयोग करते हैं। यह रेखा क्षेतिज अक्ष के समांतर खींची जाती है तथा इसके सिरे पर न्यूनतम मूल्य से कुछ छोटी सुविधानुसार कोई संख्या लिखकर ऊर्ध्वाधर अक्ष पर मापनी के चिह्न लगाते हैं। इस प्रकार आभासी आधार रेखा के द्वारा ऊर्घ्वाधर अक्ष की मापनी में से शून्य के बाद आने वाले अनावश्यक मूल्यों के



11111 hora

मांख्यिकीय आँकडों का निरूपण

173 LET nen TR MEN And and

TA THE

「一方

百元言

兩朝福言

हीर रहे। समा

कि रहना के मा 计前面面

रेक्र कार

H 100 10 10

रे किंग करेंग

¥ 100 #37

the art of

INTRA FA

MINE

To Steel State

PARIS THE PERSON A

चिह्नें को निकाल दिया जाता है। कभी-कभी आभासी आधार रेखा खींचने के बजाय मूलबिन्दु (अर्थात् शून्य चिह्र) के थोडा कपर उन्ह्वीधर अक्ष को खण्डित कर देते हैं तथा इसके उन्गरी भाग में आवश्यक मूल्यों के ठचित अन्तराल पर चिह्न बना दिये

1 381

उदाहरण (27) निम्नलिखित ऑकडों को सामारण रैखिक आलेख के द्वारा प्रदर्शित कीजिये :

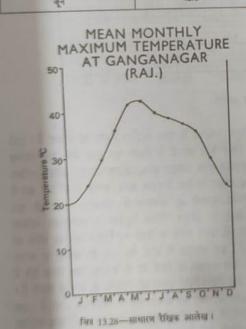
गगानगर का	आसत	माासक	आधकतम	तापमान
-----------	-----	-------	-------	--------

महीना	तापमान (° सेंग्रे)	महीना	तापमान (*सेर्रे)
बनवरी	20.5	जुलाई	38.8
फरवरी	24.1	अगस्त	37.3
मार्च	29,6	सितम्बर	36.6
अप्रैल	36.3	अक्टुबर	35.0
मई	41.5	नवम्बर	29,4
जून	42.1	दिसम्बर	23.3

म्राफ पेपर पर एक-दूसरे को समकोण पर काटती हुई दो सरल रेखाएँ खींचिये। क्षैतिज रेखा पर मूलबिन्दु से प्रारम्भ करके दायीं ओर को समान दूरी के अन्तर पर दिये गये महीनों के चिद्ध अंकित कीजिये तथा ऊर्घ्वांधर रेखा पर तापमान की मापनी के चिह्न अंकित कीजिये (चित्र 13.28) । अब प्रत्येक महीने के चिह्न पर सम्बन्धित महीने के तापमान के बराबर मापनी के अनुसार लम्ब उठाइये। इसके बाद इन लम्ब रेखाओं के ऊपरी सिरों से होकर जाने वाला एक वक्र बनाकर आलेख की रचना पूर्ण कीजिये तथा उस पर शीर्षक आदि लिखिये।

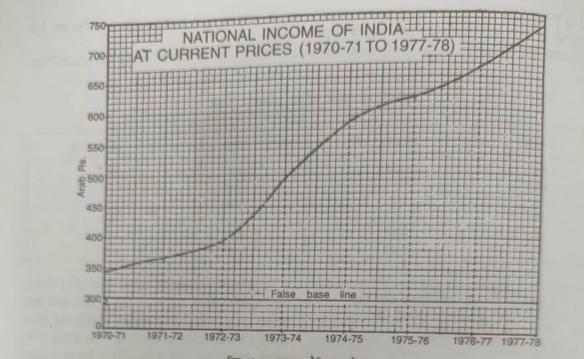
उदाहरण (28) इस पृष्ठ पर नीचे लिखी सारणो के आँकड़ों को साधारण रैखिक आलेख के द्वारा प्रदर्शित कोजिये।

रचना-सम्बन्धी सरलता के उद्देश्य से इस सारणी में राष्ट्रीय आय के आँकड़ों को निकटन संख्याओं में परिवर्तित करके लिख दिया गया है। अब प्राफ-पेपर पर एक-दूसरे को समकोण पर काटती हुई दो सरल रेखाएँ खींचिये। बैतिज रेखा पर मूलयिन्दु से प्रारम्भ करके दायों ओर को समान दूरी के अन्तर पर दी गयी दशाब्दियों के चिह्न अंकित कोजिये तथा आभासी आधार रेखा बनाकर ऊष्वीधर रेखा पर शुन्य से 750 अरब रुपये तक के मानों



# लू मूल्यों के अनुसार भारत की राष्ट्रीय आय, 1970-71 से 1977-78

mi	अगय	निकटन संख्या (अरब रु.२)	वर्ष	आव (करोड़ रु०)	(MA 200)
204	(करोड़ रू०)		1974 - 75	58,137	581 616
1970 - 71 1971 - 72 1972 - 73	34,368 36,745 39,643	344 367 396 494	1975 - 76 1975 - 77 1977 - 78	61,609 66,561 73,157	666 732
1973-74	49,396				



चित्र 13.29-साधारण रैखिक आलेख।

को उचित अन्तराल पर लिखिये (चित्र 13.29)। अब प्रत्येक दशाब्दी के चिह्न पर सम्बन्धित वर्ष की राष्ट्रीय आय के बराबर मापनी के अनुसार लम्ब ठठाइये। चित्र में इन लम्बों को बिन्दुदार रेखाओं द्वारा दिखलाया गया है। इसके बाद इन लम्ब रेखाओं के जपरी सिरों से होकर जाने वाला एक वक्र बनाकर आलेख की रचना पूर्ण कीजिये तथा ठस पर शीर्षक आदि लिखिये।

## [1] बहु-रैखिक आलेख

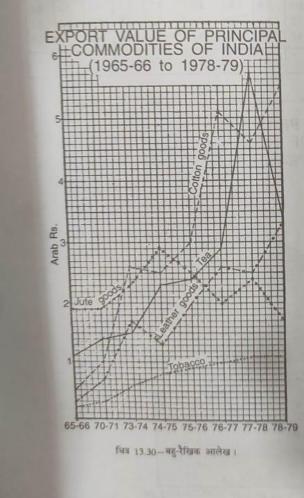
## (Poly linear graph)

ये आलेख साधारण रैखिक आलेखों की तरह ही बनाये जाते हैं अन्तर केवल इतना है कि इनमें दो या दो से अधिक वक्र होते हैं। ये वक्र भिन्न-भिन्न क्षेत्रों या स्थानों के किसी एक तथ्य अथवा एक ही स्थान के भिन्न-भिन्न सम्बन्धित तथ्यों में समय के अनुसार होने वाले परिवर्तनों को अदर्शित करते हैं। उदाहरणार्थ, भिन्न-भिन्न देशों, राज्यों अथवा नगरों की जनसंख्या में वृद्धि अथवा किसी एक स्थान पर पुरुषों तथा खियों की जनसंख्या में वृद्धि अथवा किसी बहु-रैखिक आलेख के द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है। इस प्रकार भिन्न-भिन्न स्थानों के किसी एक तथ्य जैसे, प्रति व्यक्ति आय, निर्यात-मूल्य, आयात-मूल्य, खनिज-उत्पादन, औसत मासिक वर्षा या औसत मासिक तापमान आदि, अथवा किसी एक क्षेत्र में भिन्न-भिन्न फसलों के क्षेत्रफल में परिवर्तन या किसी एक मौसम-केन्द्र पर प्रेक्षित औसत न्यूनतम व अधिकतम मासिक तापमानों को प्रकट करने के लिये बहु-रैखिक आलेख खींचे जा सकते हैं। इस आलेख में सभी वक्र एक ही मापनी पर बनाये जाते हैं तथा पहचान के लिये या तो उन पर नाम लिख देते हैं अथवा उन्हें भिन्न-भिन्न प्रकार की रेखाओं के रूप में बनाते हैं। दूसरी दशा में वक्नों का संकेत बनाना आवश्यक होता है। इस प्रकार क्षेत्रों या, तथ्यों की तुलना करने के लिये बहु-रैखिक आलेख बहुत उपयोगी होते हैं।

उदाहरण (29) निम्नलिखित आँकड़ों को बहु-रैखिक आलेख के द्वारा प्रदर्शित कीजिये :

सोव्यिकीय आँकड़ों का निरूपण

बस्तु 1965-66		निर्यात-मूल्य (अरब रु०)							
	1970-71	1973-74	1974-75	1975-76	1976-77	1977-78			
द्याय	1.1 1.9	1.4 1.9	1.5	2.3	2,4	2.9	5.7	1978-7	
जूट का सामान	0.2	0.3	2.3	2.9	2.5	2.0	2.4	1.7	
तम्बाकू चमडे का सामान	0.3	0.7	1.7	1.3	0.9	1.0	1.1	1.1	
स्ती कपड़ा	0.5	1.0	2.6	2.5	3.0	5.1	2.5	3.3	



बहु-रैखिक आलेख बनाने के लिये चित्र 13.30 की मॉति याफ-पेपर पर ऊर्ध्वाधर व क्षैतिज अक्ष बनाकर उन पर क्रमशः रुपयों की मापनी व वर्षों के चिह्न अंकित कीजिये। अब पहले बतलायी गई विधि के अनुसार भिन्न-भिन्न वस्तुओं के निर्यात-मूल्यों को अलग-अलग वक्रों के द्वारा प्रकट कीजिये।

# [111] पडिका-ग्राफ

(Band graph)

पट्टिका-याफ को मिश्रित रेखा आलेख (compound line graph) भी कहते हैं। इस आलेख के द्वारा काल-श्रेणी प आधारित आँकड़ों के विभिन्न उपविभागों को तथा उनके योग क प्रदर्शित करते हैं। इस प्रकार आलेखी निरूपण में पट्टिका-याफ व वही स्थान है जो ओरेखी निरूपण में मिश्रित दण्ड-आरेख को प्राप् है। इस आलेख में उपविभागों के संचयी मूल्यों के अनुसार क बनाकर उत्तरोत्तर वक्रों के बीच के क्षेत्र में अलग-अलग प्रकार व छायाएँ भर देते हैं। इस प्रकार आलेख में भिन्न-भिन्न उपविभाग की अलग-अलग पट्टिकाएँ बन जाती हैं तथा सबसे ऊपर वाल पट्टिका के वक्र से उपविभागों का योग प्रदर्शित हो जाता है। उदाहरण (30) उदाहरण संख्या 29 में दिये गये आँकड़ों व

सहायता से एक पडिका-प्राफ बनाइये। आलेख बनाने के लिये दिये गये आँकड़ों के निम्न प्रक संचयी मूल्य ज्ञात कीजिये :

(G-

.

मांख्यिकीय आँकड़ों का निरूपण

T.A

100

前前

वस्तु		निर्धात-मूल्य (अरब २०)						
-	1965-66 1	1970-71	1973-74	1974-75	1975-76	10%		
चाय	1.1	1.4	1.5	2.3		1976-77	1977-78	1978-75
जुट का सामान	1.9	1.9	2.3	2.9	2.4	2.9	5.7	3.4
तम्बाक्	0.2	0.3	0.6	0.8	2.5	2.0	2.4	1.7
गाडे का सामान	0.3	0.7	1.7	1.3	0,9	1.0	1.1	LI
सती कपड़ा	0.5	1.0	2.6	2.5	2.0 3.0	2.6 5.1	2.5 4.6	3.3

(G-20)

U

in.

E L

Int

Shi

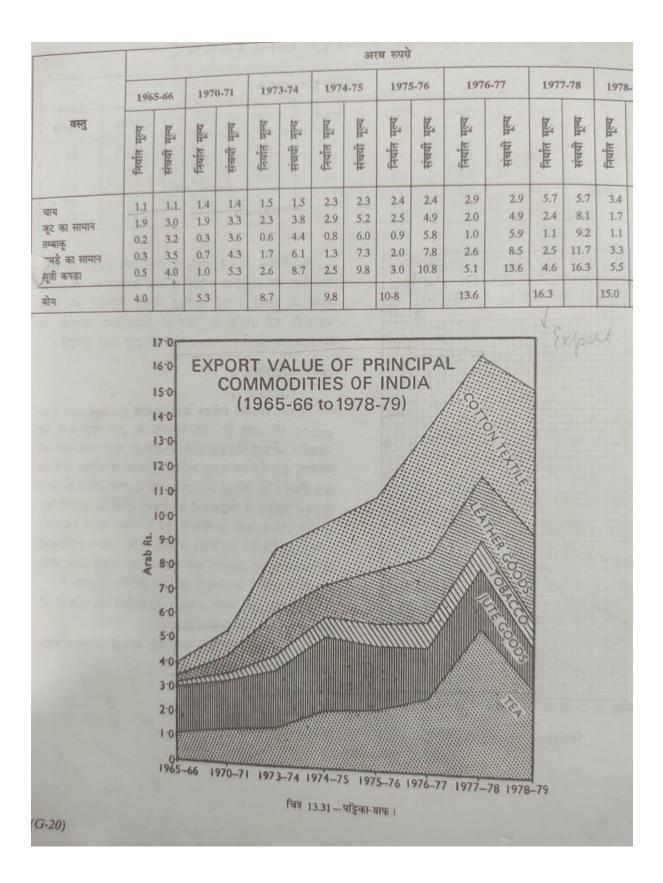
(ard

14 14

8 4

he

बहु-रैखिक आलेख बनाने के लिये चित्र 13.30 की भौति EXPOR OF PRI माफ-पेपर पर उच्चांघर व श्रीतिज अक्ष बनाकर उन पर क्रमशः COMMODITIES OF 1965-66 to 1978-79) रुपयों की मापनी व वर्षों के चिंह अंकित कीजिये। अब पहले बतलायी गई विधि के अनुसार भिन्न-भिन्न वस्तुओं के निर्यात-मूल्यों को अलग-अलग वक्रों के द्वारा प्रकट कीजिये। [111] पडिका-ग्राफ (Band graph) पट्टिका-माफ को मिश्रित रेखा आलेख (compound line graph) भी कहते हैं। इस आलेख के द्वारा काल-श्रेणी पर आधारित आँकडों के विभिन्न उपविभागों को तथा उनके योग को प्रदर्शित करते हैं। इस प्रकार आलेखी निरूपण में पट्टिका-प्राफ का वही स्थान है जो आरेखी निरूपण में मिश्रित दण्ड-आरेख को प्राप्त है। इस आलेख में उपविभागों के संचयी मूल्यों के अनुसार का बनाकर उत्तरोत्तर वक्रों के बीच के क्षेत्र में अलग-अलग प्रकार की छायाएँ भर देते हैं। इस प्रकार आलेख में भिन्न-भिन्न उपविभागों की अलग-अलग पडिकाएँ बन जाती हैं तथा सबसे ऊपर वाली पट्टिका के वक्र से उपविभागों का योग प्रदर्शित हो जाता है। उदाहरण (30) उदाहरण संख्या 29 में दिये गये आंकड़ों को सहायता से एक पडिका-माफ बनाइये। आलेख बनाने के लिये दिये गये आंकड़ों के निम्न प्रकार संचयी मूल्य ज्ञात कीजिये : 65-66 70-71 73-74 74-75 75-76 76-77 77-78 78-79 चित्र 13.30-बहु-रैखिक आलेख।



### 376 ]

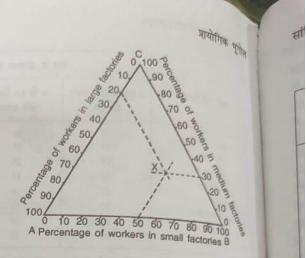
आरेख बनाने की विधि को भली-माँति समझा जा सकता है। आरेख में दो अष्टभुज बनाकर बाहरी अष्टभुज की भुजाओं पर सम्बन्धित दिशाओं के नाम लिखे गये हैं। भीतरी अष्टभुज की प्रत्येक भुजा पर जनवरी, फरवरी, मार्च आदि महीनों के 12 कॉलम खींचे गये हैं तथा प्रत्येक कॉलम को मापनी के अनुसार इतना लम्बा बनाया गया है कि उसके द्वारा पवन की कुल मासिक बारंबारता प्रकट हो। इसके पश्चात् सभी कॉलमों को पवन-वेग की बारंबारता के अनुसार भिन्न-भिन्न लम्बाई-चौड़ाई वाले उपविभागों में बाँट दिया गया है।

### [II] त्रिकोणाकार आरेख

### (Triangular diagram)

यह आरेख समबाह त्रिभुज (equilateral triangle) की आकृति में होता है तथा इसे त्रिआधारी आरेख (ternary diagram), त्रिकोणाकार आरेख या त्रिकोणाकार प्राफ (triangular graph) आदि, भिन-भिन नामों से प्रकारते हैं। इस आरेख को बनाने के लिये दो बातों का होना परम आवश्यक है—प्रथम, आरेख में प्रदर्शित की जाने वाली प्रत्येक संख्या को तीन भागों या घटकों में पूरा-पूरा बाँटा जा सके अर्थात उस संख्या के तीनों घटकों के प्रतिशत मूल्यों का योग बराबर 100 होना चाहिए। द्वितीय, सभी घटकों के मान प्रतिशत में दिये गये हों। श्रीरेख में प्रत्येक संख्या के तीनों घटकों के प्रतिशत मूल्यों को किसी एक बिन्दु के द्वारा प्रदर्शित करते हैं। इस बिन्दु को आरेख में अंकित करने के लिये उस संख्या के किन्हीं दो घटकों के प्रतिशत मूल्यों को प्रयोग में लाते हैं तथा तीसरे घटक का प्रतिशत मूल्य स्वतः प्रकट हो जाता है। त्रिकोणाकार आरेख में बनाये जाने वाले समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा पर किसी एक वटक की 0 से 100 तक की प्रतिशत में मापनी अंकित होती है तथा सभी मापनियों के चिह्नों पर एक ही दिशा में मान लिखे गते हैं। इस प्रकार त्रिभुज का प्रत्येक कोना एक घटक की गपनी के शून्य को तथा दूसरे घटक की मापनी के 100 को कट करता है।

इस आरेख में किसी संख्या के घटकों के प्रतिशत मूल्यों को कट करने की विधि को एक उदाहरण के द्वारा स्पष्ट किया जा कता है। मान लीजिये, किसी नगर X में रहने वाले कुल ौद्योगिक श्रमिकों का 50% भाग छोटे कारखानों में, 30% म मध्यम आकार वाले कारखानों में तथा शेष 20% भाग बड़े रखानों में कार्य करता है। प्रतिशत में दिये गये इन तीनों कों को ओरेख में किसी एक बिन्दु के द्वारा प्रकट किया येगा। इस कार्य के लिये सर्वप्रथम सुविधानुसार किसी आकार एक समबाहु त्रिभुज ABC बनाइये तथा इसकी भुजाओं पर

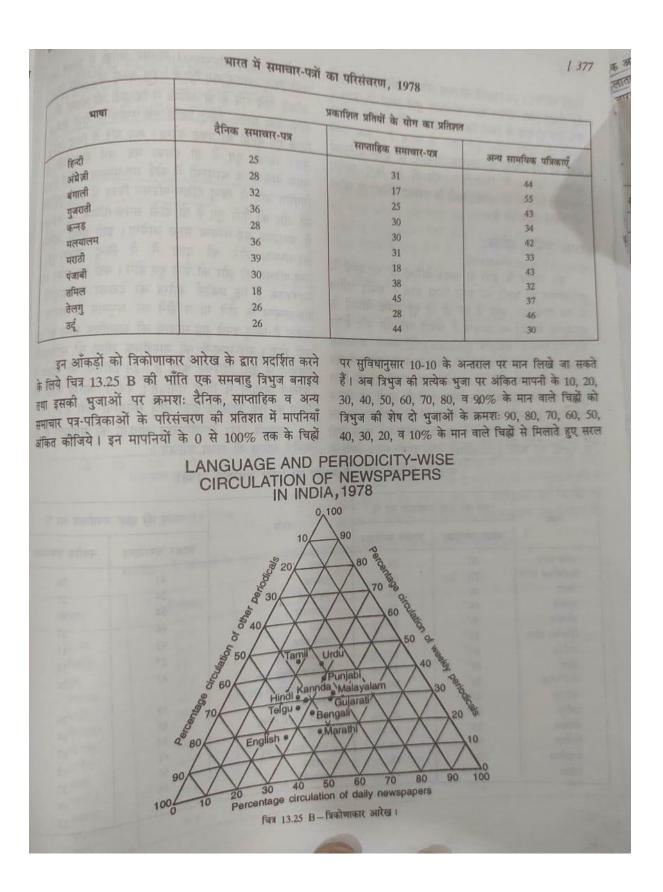


### चित्र 13.25 A

उपरोक्त घटकों की 0 से 100 तक मापनियों के चिढ़ लगाइवे मान लीजिये AB भुजा पर छोटे कारखानों में लगे श्रमिकों कं मापनी है, BC भुजा पर मध्यम आकार वाले कारखानों में लो श्रमिकों की मापनी बनायी गयी है तथा CA भुजा पर के कारखानों में कार्य करने वाले श्रमिकों की मापनी है (चित्र 13.25 A) । अब चूँकि छोटे कारखानों में 50% श्रमिक कार्य करते हैं इसलिये AB रेखा के 50% वाले चिह्न से CA के समान्तर एक रेखा खींचिये । इसी प्रकार BC रेखा के 30% वाले चिह्न से AB के समान्तर दूसरी रेखा खींचिये, जो पहली समान्तर खि को X पर काटती है । आरेख में X बिन्दु श्रमिकों के तैने घटकों को प्रदर्शित करेगा । उपरोक्त विवरण से स्पष्ट है कि आरेख में किसी प्रतिशत चिह्न से त्रिभुज की उस भुज के समान्तर रेखा खींचते हैं जो भुजा उस चिह्न वाली मापनी के श्रन बिन्दु से होकर जाती है ।

मिट्टियों के नमूनों में रेत, सिल्ट व मृत्तिका के अनुपातें को प्रदर्शित करने के लिये अथवा नगरों की आर्थिक संरचना में प्राथमिक, गौण व टरशियरी उद्योगों के अनुपातों की तुलना करने के लिये अथवा दिये हुए क्षेत्रों की जनसंख्याओं में युवा, प्रैढ़ व वृद्ध व्यक्तियों के अनुपातों की भिन्नता स्पष्ट करने के लिये त्रिकोणाकार आरेख बहुत उपयोगी होते हैं। इसके अतिरित अन्य सभी प्रकार के आँकड़े, जिन्हें प्रतिशत में तीन घटकों में बाँटकर लिखा गया हो, इस आरेख के द्वारा प्रकट किये जी सकते हैं।

उदाहरण (24) 1978 में भारत में समाचार पत्रों <sup>के</sup> परिसंचरण के निम्नांकित आँकड़ों को त्रिकोणाकार आरेख <sup>के</sup> द्वारा प्रदर्शित कीजिये :



378 1

रेखाएँ खींचिये। इन रेखाओं को बना लेने से आरेख में बिन्दुओं को शुद्धतापूर्वक अंकित करने का कार्य कुछ सरल हो जाता है तथा एक ही दृष्टि में किसी बिन्दु के द्वारा प्रदर्शित तीनों प्रतिशत मूल्यों का करीब-करीब शुद्ध ज्ञान हो जाता है। अब पहले बतलायी गई विधि के अनुसार पेन्सिल से समान्तर रेखाएँ खींचकर आरेख में भिन्न-भिन्न भाषाओं के बिन्दु अंकित कीजिये। बिन्दुओं को अंकित करने के पश्चात् पेन्सिल से खींची गई रेखाएँ मिटा देते हैं।