

प्रकट करने के लिए उपरोक्त मूल्यों को प्रकट करने वाले बिन्दुओं को जोड़ें।
उपरोक्त मूल्यों को प्रकट करने वाले बिन्दुओं को जोड़ें।
खींचिये एवं छायाएँ भरकर आरेख पूर्ण कीजिये।

द्विविम आरेख (Two-Dimensional Diagrams)

द्विविम आरेखों में दो मापों अर्थात् लम्बाई व चौड़ाई दोनों की गणना करके क्षेत्रफल के द्वारा दिये हुए मूल्य को प्रदर्शित करते हैं। दूसरे शब्दों में, इन आरेखों में स्तम्भों, वृत्तों या वृत्त खण्डों के क्षेत्रफल दिये हुए मूल्यों के अनुपात में होते हैं। अतः द्विविम आरेखों को कभी-कभी क्षेत्रफल आरेख (area diagram) भी कहा जाता है। एकविम आरेख में भी यद्यपि स्तम्भों की कुछ न कुछ मोटाई अवश्य होती है परन्तु इस मोटाई का उद्देश्य केवल आरेख को आकर्षक बनाना होता है तथा उसका दिये हुए मूल्यों

[I] इकाई वर्ग आरेख

(Unit squares diagram)

इकाई वर्ग आरेख बनाने की विधि बहुत सरल है। इन आरेखों में किसी उचित मापनी (जैसे 1 इकाई वर्ग = 1000 क्विंटल अथवा 1,00,000 रुपये आदि) के अनुसार दिये हुए मूल्यों के बराबर इकाई वर्गों की संख्या ज्ञात कर लेते हैं। इसके पश्चात् समान आकार वाले इन वर्गों को गिनकर पास-पास की गई समान दूरी के अन्तर पर बना देते हैं। इन आरेखों का सबसे बड़ा गुण यह है कि इनमें वर्गों की संख्या गिनकर प्रत्येक आँकड़ों के मानों को सरलतापूर्वक ज्ञात किया जा सकता है।

उदाहरण (12) निम्नलिखित आँकड़ों को इकाई वर्ग आरेख के द्वारा प्रदर्शित कीजिये :

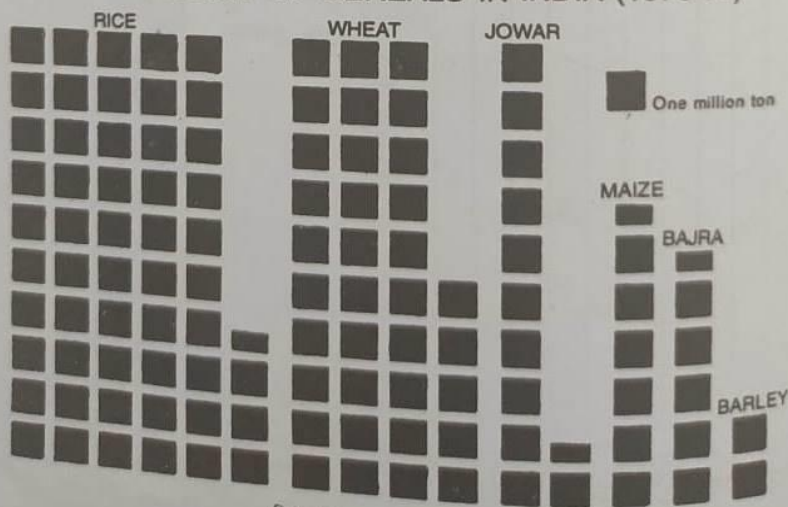
भारत में अनाजों का उत्पादन, 1978-89

अनाज	उत्पादन (मिलियन टन)	अनाज	उत्पादन (मिलियन टन)
चावल	53.5	मक्का	6.5
गेहूँ	35.0	बाजरा	5.5
ज्वार	11.5	जौ	2.0

अब यदि एक इकाई वर्ग को एक मिलियन टन अनाज के बराबर मान लिया जाये तो स्पष्ट है कि आरेख में चावल, गेहूँ, ज्वार, मक्का, बाजरा तथा जौ की मात्राओं को प्रकट करने वाले

इकाई वर्गों की संख्या क्रमशः 53.5, 35.0, 11.5, 6.5, 5.5 व 2.0 होगी (चित्र 13.12)।

PRODUCTION OF CEREALS IN INDIA (1978-79)



चित्र 13.12—इकाई वर्ग आरेख।

(III) वर्गाकार ब्लॉक आरेख (Square block diagram)

पिछले उदाहरण में किसी मूल्य को प्रकट करने के लिये समान आकार वाले वर्गों की संख्या को मापनी के अनुसार ज्ञात किया गया था परन्तु वर्गाकार ब्लॉक आरेख में प्रत्येक मूल्य के लिये केवल एक वर्ग बनाया जाता है तथा इस वर्ग की भुजा को मापनी के अनुसार ज्ञात करते हैं। भिन्न-भिन्न मूल्यों को प्रकट करने वाले वर्गों को आरेख में एक-दूसरे के भीतर अथवा एक ही क्षैतिज रेखा में समान दूरी के अन्तर पर अलग-अलग बनाया जा सकता है। ये आरेख उस दशा में विशेष उपयोगी होते हैं

जब पदमाला के मूल्यों में काफी अन्तर होता है। इन आरेखों का मुख्य दोष यह है कि इन्हें देखने मात्र से मूल्यों के अनुपात का तुरन्त सही-सही बोध नहीं होता है।

उदाहरण (13) उदाहरण 12 में दिये गये आँकड़ों के आधार पर एक वर्गाकार ब्लॉक आरेख बनाइये।

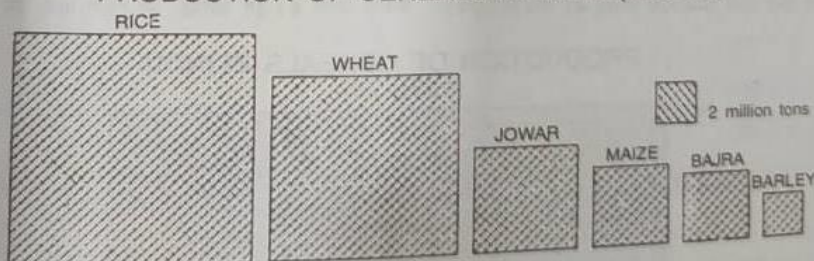
अब यदि 1 वर्ग इकाई = 2 मिलियन टन की मापनी मान ली जाये तो भिन्न-भिन्न अनाजों की उत्पादन-मात्राओं को प्रकट करने वाले वर्गों की भुजाओं को निम्न प्रकार ज्ञात किया जा सकता है:

अनाज	उत्पादन (मि० टन)	वर्ग का क्षेत्रफल	वर्ग की एक भुजा की लम्बाई
चावल	53.5	$\frac{53.5}{2} = 26.75$ वर्ग इकाई	$\sqrt{26.75} = 5.17$ इकाई
गेहूँ	35.0	$\frac{35.0}{2} = 17.5$ वर्ग इकाई	$\sqrt{17.5} = 4.18$ इकाई
ज्वार	11.5	$\frac{11.5}{2} = 5.75$ वर्ग इकाई	$\sqrt{5.75} = 2.39$ इकाई
मक्का	6.5	$\frac{6.5}{2} = 3.25$ वर्ग इकाई	$\sqrt{3.25} = 1.80$ इकाई
बाजरा	5.5	$\frac{5.5}{2} = 2.75$ वर्ग इकाई	$\sqrt{2.75} = 1.65$ इकाई
जौ	2.0	$\frac{2.0}{2} = 1.00$ वर्ग इकाई	$\sqrt{1} = 1.00$ इकाई

उपरोक्त गणना कार्य के पश्चात् कागज़ आदि के आकार को ध्यान में रखते हुए एक इकाई की कोई उपयुक्त लम्बाई

मानिये तथा इस कल्पित लम्बाई के अनुसार वर्गों की भुजाएँ निश्चित करके आरेख पूर्ण कीजिये (चित्र 13.13)।

PRODUCTION OF CEREALS IN INDIA (1978-79)



चित्र 13.13 - वर्गाकार ब्लॉक आरेख।

(III) आयताकार आरेख

(Rectangular diagram)

वर्गाकार ब्लॉक आरेखों के विपरीत इन आरेखों में दिये हुए मूल्यों को आयतों के द्वारा प्रकट करते हैं तथा भिन्न-भिन्न आयतों के क्षेत्रफलों में वही अनुपात रखा जाता है जो अनुपात उन मूल्यों में होता है। रचना के विचार से आयताकार आरेखों

के दो भेद होते हैं—(i) साधारण आयताकार आरेख, तथा (ii) विभाजित आयत आरेख।

1. साधारण आयताकार आरेख (Simple rectangular diagram)—इस प्रकार के आरेख बनाने के लिये सर्वप्रथम किसी मूल्य को प्रकट करने वाले आयत का पूर्व निश्चित मापनी के अनुसार क्षेत्रफल परिकल्पित किया जाता है। तत्पश्चात् इस

क्षेत्रफल के मान को दो गुणनखण्डों में बाँटकर आयत की लम्बाई-चौड़ाई निश्चित कर लेते हैं। इस सम्बन्ध में यह उल्लेखनीय है कि किसी संख्या को भिन्न-भिन्न मूल्य वाले कई क्षेत्रफल प्रकट करने वाले आयतों की लम्बाई-चौड़ाई एक-दूसरे से भिन्न हो सकती है। उदाहरणार्थ, 24 वर्ग इकाई क्षेत्रफल को 24×1 , 20×1.2 , 12×2 , 10×2.4 , 8×3 , तथा 6×4 इकाई दूरी वाले किसी भी एक आयत के द्वारा प्रकट किया जा सकता है (चित्र 8.13 देखिये)। अतः इन आरेखों को बनाते समय किसी आयत की एक माप (मान लीजिये लम्बाई) को स्वेच्छानुसार चुन लेते हैं तथा इस माप से क्षेत्रफल में भाग देकर आयत की दूसरी

माप अर्थात् चौड़ाई निश्चित कर ली जाती है। परन्तु लम्बाई छाँटते समय यह ध्यान रखा जाता है कि आरेख में आयतों की दोनों मापें निरन्तर कम होती जायें, जिससे एक आयत की भुजा किसी दूसरे आयत की भुजा को न काट सके।

उदाहरण (14) उदाहरण 12 में लिखे आँकड़ों को एक साधारण आयताकार आरेख के द्वारा प्रदर्शित कीजिये।

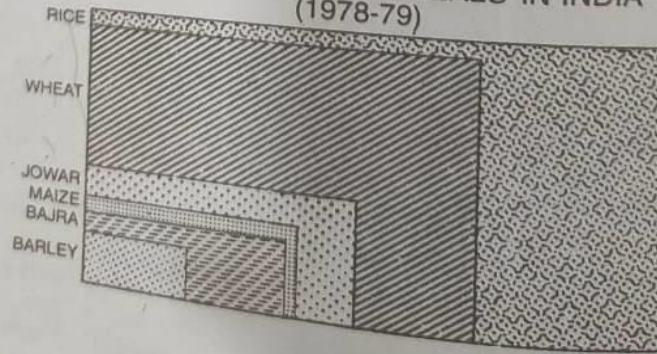
मान लीजिये दिये हुए आँकड़ों को 1 वर्ग इकाई = 1 मिलियन टन की मापनी पर प्रदर्शित करना है तो भिन्न-भिन्न अनाजों के उत्पादन को प्रकट करने वाले आयतों की लम्बाई-चौड़ाई निम्न प्रकार ज्ञात की जायेगी :

अनाज	उत्पादन (मि० टन)	मापनी के अनुसार आयत का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में)	आयत की लम्बाई-चौड़ाई (इकाई दूरी में)
चावल	53.5	53.5	10×5.35
गेहूँ	35.0	35.0	7×5
ज्वार	11.5	11.5	5×2.3
मक्का	6.5	6.5	4×1.62
बाजरा	5.5	5.5	3.8×1.44
जौ	2.0	2.0	2×1

अब चित्र 13.14 के अनुसार एक-दूसरे को समकोण पर काटती हुई दो सरल रेखाएँ खींचिये तथा एक इकाई दूरी की कोई ठीक लम्बाई निश्चित करके इन रेखाओं पर मापनी के चिह्न अंकित कीजिये। इसके पश्चात् क्षैतिज रेखा पर लम्बाई तथा लम्बवत् रेखा पर चौड़ाई मापते हुए भिन्न-भिन्न अनाजों के आयत खींचिये तथा उनमें सम्बन्धित अनाज का नाम लिखिये।

2. विभाजित आयत आरेख (Divided rectangle diagram) — ये आरेख मिश्रित दण्ड आरेखों जैसे होते हैं अन्तः केवल इतना है कि विभाजित आयत आरेखों में आयत व उनके विभिन्न उपविभागों के क्षेत्रफल दिये हुए मूल्यों के अनुपात में होते हैं तथा द्वितीय, इन आरेखों को शृंखला के रूप में नहीं बनाया जाता है। इन आरेखों की रचना प्रायः उस दशा में की

PRODUCTION OF CEREALS IN INDIA (1978-79)



चित्र 13.14

सांख्यिकीय आँकड़ों का निरूपण

हैं जब किसी संख्या या मूल्य के विभिन्न उपविभागों का तुलनात्मक चित्रण करना आवश्यक होता है। विभाजित आयत आरेख बनाते समय पहले किसी उचित मापनी पर कुल संख्या के बराबर क्षेत्रफल ज्ञात करके एक आयत की रचना करते हैं। इसके बाद इस आयत को उस संख्या के उपविभागों के क्षेत्रफलों के अनुसार अवरोही क्रम में विभाजित कर देते हैं। आरेख में

किसी उपविभाग की चौड़ाई को आयत की चौड़ाई के बराबर रखकर, उदाहरण 14 में बतलायी गई विधि के अनुसार उसकी लम्बाई ज्ञात करते हैं।

उदाहरण (15) निम्नलिखित आँकड़ों को विभाजित आयत आरेख के द्वारा प्रदर्शित कीजिये :

भारत में प्रमुख खाद्य फसलों के अलग-अलग क्षेत्रफल, 1978-79
(मिलियन हेक्टेयर)

चावल	दालें	गेहूँ	ज्वार	बाजरा	मक्का	रागी	जौ	अन्य	योग
40	23	22	16	11	6	3	2	5	128

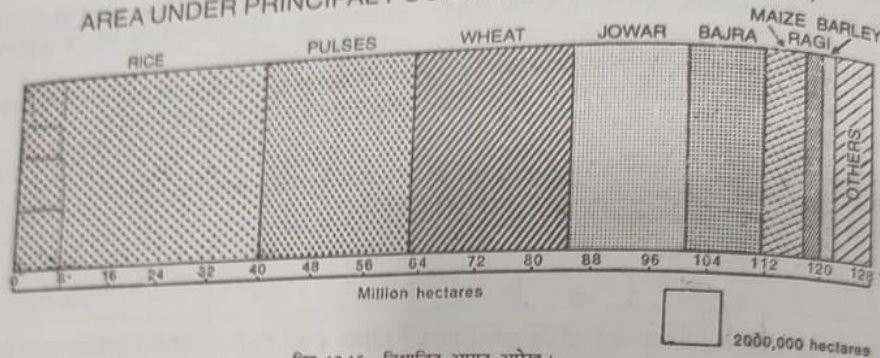
आरेख बनाने के लिये सर्वप्रथम कोई उचित मापनी (मान लीजिये 1 वर्ग इकाई = 2 मिलियन हेक्टेयर) चुनकर निम्न प्रकार गणना कीजिये:

फसल	वास्तविक क्षेत्रफल (मिलियन हेक्टेयर)	मापनी के अनुसार क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में)	आयत की लम्बाई-चौड़ाई (इकाई दूरी में)
चावल	40	$\frac{40}{2} = 20$	5×4
दालें	23	$\frac{23}{2} = 11.5$	2.875×4
गेहूँ	22	$\frac{22}{2} = 11$	2.750×4
ज्वार	16	$\frac{16}{2} = 8$	2.000×4
बाजरा	11	$\frac{11}{2} = 5.5$	1.375×4
मक्का	6	$\frac{6}{2} = 3$	0.750×4
रागी	3	$\frac{3}{2} = 1.5$	0.375×4
जौ	2	$\frac{2}{2} = 1$	0.250×4
अन्य	5	$\frac{5}{2} = 2.5$	0.625×4
योग	128	$\frac{128}{2} = 64$	16×4

मापनी के अनुसार फसलों का कुल क्षेत्रफल 64 वर्ग इकाई आता है अतः आरेख में इस क्षेत्रफल को 16 इकाई लम्बे व 4 इकाई चौड़े आयत के द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है। चूँकि आयत में बनाये जाने वाले प्रत्येक उपविभाग की चौड़ाई आयत की चौड़ाई के बराबर होती है इसलिये उपरोक्त सारणी में किसी फसल के वर्ग इकाई क्षेत्रफल में 4 (अर्थात् आयत की चौड़ाई)

का भाग देकर लम्बाई ज्ञात की गई है। अब एक इकाई = कोई दूरी मानकर 16×4 इकाई का एक आयत खींचिये। उदाहरणार्थ, यदि एक इकाई दूरी को एक सेमी के बराबर माना गया है, तो इस आयत की लम्बाई व चौड़ाई क्रमशः 16 व 4 सेमी होगी। आयत की कुल लम्बाई को फसलों के अनुसार विभाजित करके आरेख पूर्ण कीजिये (चित्र 13.15)।

AREA UNDER PRINCIPAL FOOD CROPS IN INDIA (1978-79)



चित्र 13.15 — विभाजित आयत आरेख।

उपरोक्त चित्र में संकेत तथा मापनी पर लिखे गये मानों को पढ़कर विद्यार्थियों को कुछ भ्रम हो सकता है। संकेत में बनाये गये वर्ग का मान 2 मिलियन हेक्टेयर है तथा इस वर्ग की एक भुजा के बराबर दूरी का मापनी पर मान 8 मिलियन हेक्टेयर लिखा गया है। इसका कारण यह है कि आरेख में शून्य से 8 मिलियन हेक्टेयर के चिह्न तक का क्षेत्रफल संकेत में बनाये गये वर्ग के क्षेत्रफल का चार गुना अधिक है।

[IV] चक्र या वृत्तारेख

(Wheel of pie diagram)

जिस प्रकार किसी अन्य द्विविम आरेख में वर्ग या आयत आदि के क्षेत्रफल को दिये हुए मूल्यों के अनुपात में विभाजित कर दिया जाता है, ठीक उसी प्रकार चक्र या वृत्तारेख में संख्या का कुल योग प्रकट करने वाले किसी वृत्त के क्षेत्रफल को उस संख्या के विभिन्न उपविभागों या घटकों के मूल्यों के अनुपात में बाँट देते हैं। अतः इस आरेख को कभी-कभी **विभाजित वृत्त आरेख** (divided circle diagram) भी कहा जाता है। वृत्तारेख बनाने की विधि बहुत सरल है। इस आरेख में सुविधानुसार छाँटे गये किसी अर्द्धव्यास से वृत्त खींचकर संख्या के योग को प्रदर्शित करते हैं। इसके बाद उस संख्या के भिन्न-भिन्न उपविभागों या घटकों के निम्न प्रकार अंशों में अलग-अलग मान ज्ञात करते हैं:

— उपविभाग का अंशों में मान,

$$= \frac{\text{उपविभाग का वास्तविक मान} \times 360^\circ}{\text{संख्या का कुल योग}}$$

इस प्रकार ज्ञात किये गये उपविभागों के कोणों को वृत्त में कहीं भी अर्द्धव्यास खींचकर केन्द्र पर बनाया जा सकता है, परन्तु उत्तर दिशा से प्रारम्भ करके घड़ी की सुई की दिशा में बनाये गये कोण अधिक आकर्षक होते हैं। ये कोण सदैव अवरोही क्रम में बनाये जाते हैं अर्थात् पहले सबसे बड़ा कोण, फिर उससे छोटा और अन्त में सबसे छोटा कोण बनाते हैं जिससे एक ही दृष्टि में प्रदर्शित मूल्यों का तुलनात्मक अन्तर स्पष्ट हो जाये। कभी-कभी वृत्त की परिधि को 100 समान भागों में बाँट देते हैं। ऐसा करने से प्रदर्शित मूल्यों के प्रतिशत में भी मान पढ़े जा सकते हैं। यहाँ यह संकेत करना आवश्यक है कि पदमाला में उपविभागों के मान चाहे निरपेक्ष संख्याओं में लिखे हों अथवा प्रतिशत में दिये हों, दोनों दशाओं में उनके अंशों में मान ज्ञात करके वृत्त में सेक्टर बनाना सरल रहता है। यदि मूल्यों को प्रतिशत में दिया गया है तो प्रत्येक प्रतिशत मूल्य का अंशों में मान ज्ञात करने के लिये उपरोक्त सूत्र में निम्न प्रकार मान लिखे जायेंगे:

$$\text{उपविभाग का प्रतिशत में मूल्य} \times 360^\circ$$

100

उदाहरण (16) निम्नलिखित आँकड़ों को वृत्तारेख के द्वारा प्रदर्शित कीजिये :

भारत में भूमि का उपयोग, 1976-77

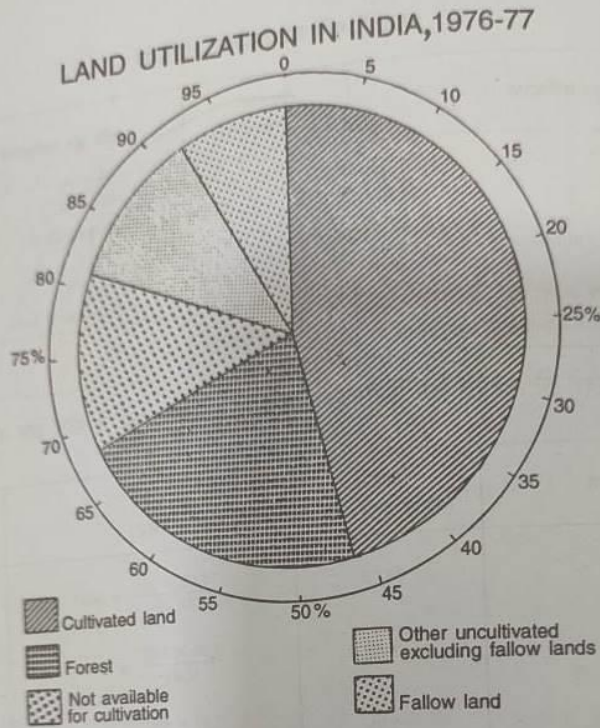
भूमि का वर्गीकरण	क्षेत्रफल (करोड़ हेक्टेअर)	भूमि का वर्गीकरण	क्षेत्रफल (करोड़ हेक्टेअर)
वन (forest)	6.68	परती भूमि (fallow lands)	2.40
कृषि के लिये अप्राप्त (not available for cultivation)	3.95	कृष्ट भूमि (cultivated land)	14.02
परती के अतिरिक्त अन्य अकृष्ट भूमि (other uncultivated excluding fallow lands)	3.36	योग	30.41

सारणी में दिये गये मूल्यों को अवरोही क्रम में लिखकर, उनके निम्न प्रकार अंशों में कोण ज्ञात कीजिये :

भूमि का वर्गीकरण	क्षेत्रफल (करोड़ हेक्टेअर)	कोण (अंश)	संचयी मान (अंश)
कृष्ट भूमि	14.02	$\frac{14.02 \times 360}{30.41} = 166^\circ$	166°
वन	6.68	$\frac{6.68 \times 360}{30.41} = 79^\circ$	245°
कृषि के लिये अप्राप्त भूमि	3.95	$\frac{3.95 \times 360}{30.41} = 46.8^\circ$	291.8°
परती के अतिरिक्त अन्य अकृष्ट भूमि	3.36	$\frac{3.36 \times 360}{30.41} = 39.8^\circ$	331.6°
परती भूमि	2.40	$\frac{2.40 \times 360}{30.41} = 28.4^\circ$	360°
योग	30.41	360°	360°

अब सुविधानुसार कोई अर्द्धव्यास लेकर एक वृत्त खींचिये तथा इस वृत्त में चित्र 13.16 की भाँति संचयी मानों के कोण बनाकर, सेक्टरों पर भूमि उपयोग के प्रकार का नाम लिखिये अथवा इन सेक्टरों में प्रयोग की गयी छायाओं का आरेख के नीचे संकेत बनाइये। इस वृत्त के चारों ओर दूसरा संकेन्द्र वृत्त

खींचकर व उसकी परिधि को 100 समान भागों में बाँटव वृत्तरेख को अधिक स्पष्ट एवं उपयोगी बनाया जा सकता है स्मरण रहे, बाह्य वृत्त की परिधि पर अंकित चिह्नों के मान उ दिशा से प्रारम्भ करके घड़ी की सुई की दिशा में लि जाने चाहिये।



चित्र 13.16 - वृत्तरेख ।

[V] वलय-आरेख (Ring diagram)

जैसा कि इसके नाम से विदित है, वलय-आरेख में दिये हुए पद-मूल्यों को अलग-अलग वृत्तों के द्वारा प्रकट किया जाता है तथा प्रत्येक वृत्त का अर्द्धव्यास सम्बन्धित पद-मूल्य के वर्गमूल के अनुपात में होता है। अतः आरेख बनाने के लिये दिये हुए मूल्यों को आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित करके पहले न्यूनतम अथवा अधिकतम मूल्य वाले वृत्त का सुविधानुसार कोई अर्द्धव्यास छाँट लेते हैं। मान लीजिये, न्यूनतम संख्या प्रकट करने वाले वृत्त का अर्द्धव्यास 0.5 सेमी छाँटा गया है, तो अगली किसी संख्या के वृत्त का अर्द्धव्यास ज्ञात करने के लिये उस संख्या के वर्गमूल में न्यूनतम संख्या के वर्गमूल का भाग देने से प्राप्त भजनफल में 0.5 सेमी की गुणा की जायेगी, अर्थात्

द्वितीय संख्या के वृत्त का अर्द्धव्यास

$$= \frac{\sqrt{\text{द्वितीय संख्या}}}{\sqrt{\text{न्यूनतम संख्या}}} \times 0.5 \text{ सेमी}$$

इसी प्रकार, तृतीय संख्या के वृत्त का अर्द्धव्यास

$$= \frac{\sqrt{\text{तृतीय संख्या}}}{\sqrt{\text{न्यूनतम संख्या}}} \times 0.5 \text{ सेमी}$$

इसके विपरीत यदि अधिकतम मूल्य प्रकट करने वाले वृत्त का अर्द्धव्यास सुविधानुसार छाँटा गया है तो उपरोक्त सूत्र में न्यूनतम संख्या के वर्गमूल के स्थान पर अधिकतम संख्या का वर्गमूल रखकर, अधिकतम संख्या के सुविधानुसार चुने गये अर्द्धव्यास की गुणा की जायेगी।

3. दूसरे शब्दों में,

∴ न्यूनतम संख्या के वर्गमूल को प्रकट करने वाले वृत्त का अर्द्धव्यास = 0.5 सेमी

∴ द्वितीय संख्या के वर्गमूल को प्रकट करने वाले वृत्त का अर्द्धव्यास = $\frac{\sqrt{\text{द्वितीय संख्या}}}{\sqrt{\text{न्यूनतम संख्या}}} \times 0.5 \text{ सेमी}$

उदाहरण (17) उदाहरण 16 में दिये गये आँकड़ों को वल-आरेख के द्वारा प्रदर्शित कीजिये।

सर्वप्रथम दिये हुए आँकड़ों को आरोही क्रम में लिखिये। न लीजिये, न्यूनतम संख्या अर्थात् परती भूमि का क्षेत्रफल

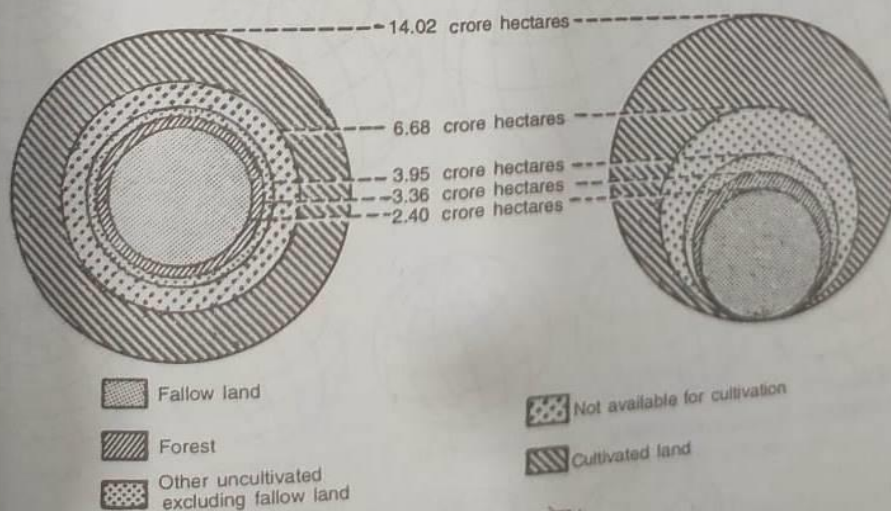
प्रकट करने वाले वृत्त का अर्द्धव्यास 1 सेमी है, शेष संख्याओं को प्रकट करने वाले वृत्तों के अर्द्धव्यासों की निम्न प्रकार गणना कीजिये।

भूमि का वर्गीकरण	क्षेत्रफल (करोड़ हेक्टेअर)	वर्गमूल	वृत्त का अर्द्धव्यास
परती भूमि	2.40	1.54	1 सेमी
परती के अतिरिक्त अन्य अकृष्ट भूमि	3.36	1.83	$\frac{1.83}{1.54} \times 1 = 1.18$ सेमी
कृषि के लिये अप्राप्त भूमि	3.95	1.98	$\frac{1.98}{1.54} \times 1 = 1.28$ सेमी
वन	6.68	2.58	$\frac{2.58}{1.54} \times 1 = 1.67$ सेमी
कृष्ट भूमि	14.02	3.74	$\frac{3.74}{1.54} \times 1 = 2.42$ सेमी

अर्द्धव्यास ज्ञात हो जाने पर इन वृत्तों को अलग-अलग वा संकेन्द्र वृत्तों के रूप में अथवा एक-दूसरे के भीतर परिधि किसी एक उभयनिष्ठ बिन्दु पर स्पर्श करते हुए खींचा जा

सकता है (चित्र 13.17)। प्रत्येक वृत्त को संकेत के अनुसार छायांकित करके उस पर प्रदर्शित मूल्य (यहाँ क्षेत्रफल) का अंक में मान लिखिये।

LAND UTILIZATION IN INDIA, 1978-79



चित्र 13.17 - वल-आरेख।