

### त्रिविम आरेख (Three-Dimensional Diagram)

त्रिविम आरेख में लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई तीनों विस्तारों का प्रयोग होता है अर्थात् दिये हुए मूल्यों को घनों (cubes), ब्लॉकों (blocks), अथवा गोलों (spheres) आदि के आयतन (volume) के अनुपात में प्रदर्शित किया जाता है। अतः त्रिविम आरेखों को आयतन-आरेख (volume diagram) भी कहते हैं। इस प्रकार के आरेख प्रायः उस दशा में बनाये जाते हैं जब दिये हुए मूल्यों में अन्तर बहुत अधिक होता है अर्थात् एक पदमूल्य का मान बहुत अधिक तथा दूसरे का बहुत कम होता है। प्रमुख प्रकार के त्रिविम आरेखों को नीचे समझाया गया है।

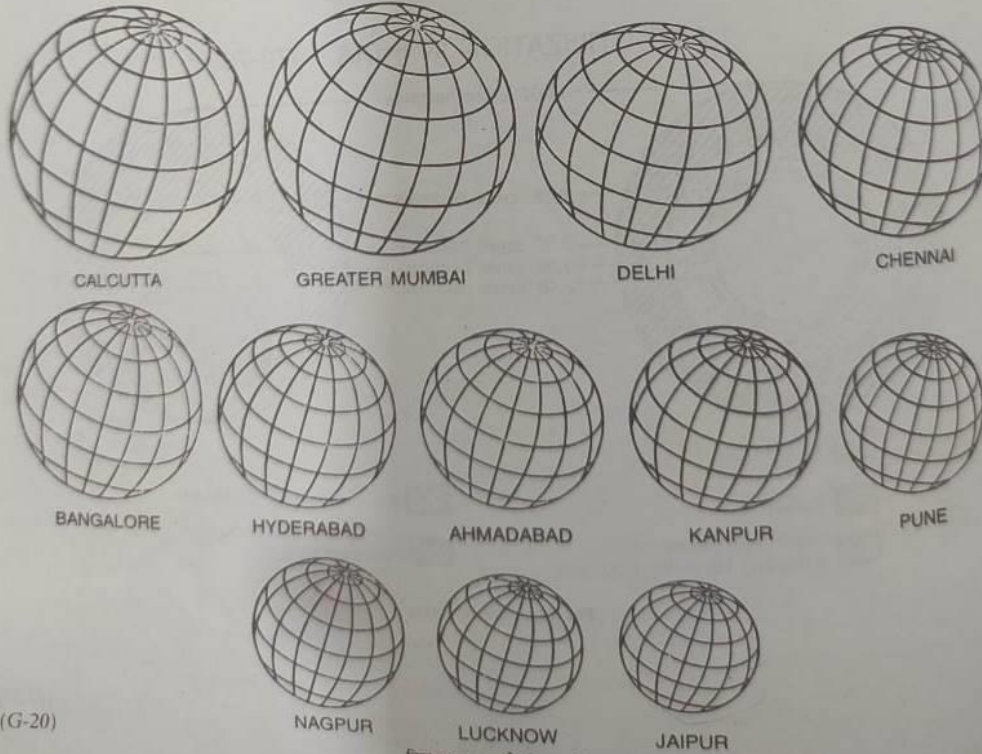
#### [I] गोलीय आरेख

(Spherical diagram)

गोलीय आरेख वृत्तरेखों से दो बातों में भिन्न होते हैं—  
प्रथम, गोलीय आरेख में वृत्तों के बजाय गोले खींचे जाते हैं तथा

द्वितीय, इन गोलों के अर्धव्यास दिये हुए मूल्यों के घनमूलों (cube roots) के अनुपात में होते हैं। किसी संख्या का घनमूल ज्ञात करने के लिये उस संख्या के लघुगणक (logarithms) में 3 का भाग देते हैं। भाग देने से प्राप्त भजनफल का प्रतिलघुगणक (antilogarithms) उस संख्या के घनमूल को प्रकट करेगा। लघुगणक व प्रतिलघुगणक ज्ञात करने की विधि को अध्याय 24 में विस्तारपूर्वक उदाहरण देकर समझाया गया है।<sup>4</sup> घनमूल ज्ञात हो जाने पर वलय आरेख में बतलायी गई विधि की तरह भिन्न-भिन्न संख्याओं को प्रकट करने वाले गोलों के अर्धव्यासों की गणना कर लेते हैं अर्थात् पहले न्यूनतम या अधिकतम संख्या के घनमूल को प्रकट करने वाले गोले का सुविधानुसार कोई अर्धव्यास मान लेते हैं। इसके बाद अन्य गोलों के इसी अनुपात में अर्धव्यास ज्ञात कर लिये जाते हैं। जनसंख्या का वितरण प्रदर्शित करने वाले बिन्दुवृत्त मानचित्रों (dot maps) में बड़े-बड़े नगरों की जनसंख्या प्रकट करने के लिये प्रायः इस प्रकार के गोले खींचे जाते हैं।

### POPULATION OF METROPOLITAN CITIES OF INDIA, 1981



चित्र 13.18—गोलीय आरेख।

## सांख्यिकीय आँकड़ों का निरूपण

उदाहरण (18) निम्नलिखित आँकड़ों को गोलीय आरेख के द्वारा प्रकट कीजिये :

369

भारत के महानगरीय शहरों की जनसंख्या, 1981

महानगर	जनसंख्या	महानगर	जनसंख्या	महानगर	जनसंख्या
कलकत्ता	9,165,650	बंगलौर	2,913,537	पुणे	1,685,266
बृहत् मुम्बई	8,202,759	हैदराबाद	2,565,536	नागपुर	1,297,977
दिल्ली	5,227,730	अहमदाबाद	2,515,195	लखनऊ	1,006,843
चेन्नई	4,276,635	कानपुर	1,685,308	जयपुर	1,004,669

दिये हुए आँकड़ों को निकटन संख्याओं में लिखकर निम्न प्रकार गोलों के अर्द्धव्यास ज्ञात कीजिये :

महानगर	जनसंख्या	निकटन संख्या (लाख)	घनमूल	गोले का अर्द्धव्यास (सेमी)
कलकत्ता	9,165,650	91.66	4.505	= 2.0
बृहत् मुम्बई	8,202,759	82.03	4.345	$\frac{4.345}{4.505} \times 2 = 1.93$
दिल्ली	5,227,730	52.28	3.740	$\frac{3.740}{4.505} \times 2 = 1.66$
चेन्नई	4,276,635	42.77	3.497	$\frac{3.497}{4.505} \times 2 = 1.55$
बंगलौर	2,913,537	29.14	3.077	$\frac{3.077}{4.505} \times 2 = 1.37$
हैदराबाद	2,565,536	25.66	2.949	$\frac{2.949}{4.505} \times 2 = 1.31$
अहमदाबाद	2,515,195	25.15	2.932	$\frac{2.932}{4.505} \times 2 = 1.30$
कानपुर	1,685,308	16.85	2.564	$\frac{2.564}{4.505} \times 2 = 1.14$
पुणे	1,685,266	16.85	2.564	$\frac{2.564}{4.505} \times 2 = 1.14$
नागपुर	1,297,977	12.98	2.351	$\frac{2.351}{4.505} \times 2 = 1.04$
लखनऊ	1,006,843	10.07	2.159	$\frac{2.159}{4.505} \times 2 = 0.96$
जयपुर	1,004,669	10.05	2.158	$\frac{2.158}{4.505} \times 2 = 0.95$

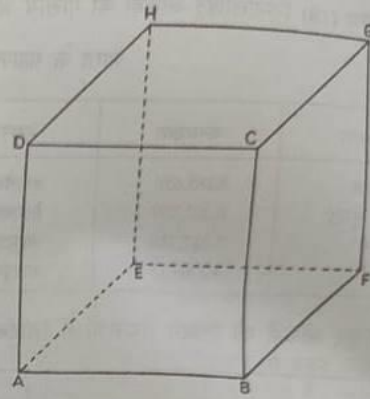
उपरोक्त सारणी में अधिकतम जनसंख्या वाले महानगर (कलकत्ता) की जनसंख्या के घनमूल को प्रकट करने वाले गोले का सुविधानुसार 2 सेमी अर्द्धव्यास मानकर, अन्य महानगरों की जनसंख्याओं को प्रदर्शित करने वाले गोलों के अर्द्धव्यासों की गणना की गई है। अब इन अर्द्धव्यासों के अनुसार गोले खींचकर आरेख पर शीर्षक आदि लिखिये (चित्र 13.18)।

किसी संख्या के घनमूल को लघुगणक व प्रतिलघुगणक सारणियों की सहायता से ज्ञात करते हैं। परन्तु यदि केवल गोलीय आरेख बनाने के उद्देश्य से दो हई संख्याओं के घनमूल ज्ञात करने हों तो पुस्तक के अन्त में दिये गये परिशिष्ट-5 की सहायता ली जा सकती है। इस परिशिष्ट में 1 से 1000 तक की संख्याओं के घनमूल लिखे गये हैं। इस परिशिष्ट को प्रयोग करने के लिये पहले दी गई संख्याओं को 3 अंकों वाली संख्याओं में परिवर्तित कर लेते हैं। उदाहरणार्थ घन 536 लख, 5,36,000 72,340,000 तथा 35,833,000 कोई तीन संख्याएँ हैं, जिनके घनमूल ज्ञात करने हैं। इन संख्याओं को तीन अंकों वाली संख्याओं में क्रमशः 536 लख, 72.340,000 व 35.833,000 के घनमूल पढ़िये, जो क्रमशः 8.1231, 8.9752 व 7.1006 के बराबर हैं। (G-20)24

## [III] घनारेख

(Cube diagram)

इन आरेखों में दिये हुए मूल्यों को घनों (cubes) के द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। इन घनों के आयतनों (volumes) में वही अनुपात रखा जाता है जो अनुपात उन मूल्यों के घनमूलों में होता है। अतः आरेख बनाने के लिये सर्वप्रथम दिये हुए मूल्यों के घनमूल ज्ञात किये जाते हैं। तत्पश्चात् न्यूनतम अथवा अधिकतम मान वाले घनमूल को प्रकट करने वाले घन की भुजा को सुविधानुसार निश्चित करके उपरोक्त उदाहरण में बतलायी गयी विधि के अनुसार, शेष घनों में प्रत्येक की एक भुजा ज्ञात कर लेते हैं। चूँकि घन में लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई तीनों माप एक समान होती हैं अतः किसी घन की एक भुजा ज्ञात हो जाने पर उस घन को सरलतापूर्वक बनाया जा सकता है। चित्र 13.19 A में घन बनाने की विधि को समझाया गया है। मान लीजिये, AB कोई भुजा है जिस पर घन बनाना है। AB भुजा पर ABCD वर्ग खींचिये। इस वर्ग के केन्द्र E से दायीं ओर को अथवा बायीं ओर को (चित्र में दायीं ओर को) AB के समान्तर व बराबर EF रेखा खींचकर EFGH दूसरा वर्ग बनाइये। अब B, C व D बिन्दुओं को क्रमशः F, G व H बिन्दुओं से मिलाने पर BF, CG व DH सरल रेखाएँ खींचिये। चित्र में



चित्र 13.19 A

बिन्दुदार रेखाएँ बनाने का उद्देश्य केवल घन की आकृति स्पष्ट करना है तथा आरेख में इन रेखाओं का प्रदर्शन आवश्यक है।

उदाहरण (19) निम्नलिखित आँकड़ों को घनारेख के द्वारा प्रदर्शित कीजिये।

भारत में प्रमुख खनिजों के अनुमानित संचित भण्डार (करोड़ टन)

खनिज	संचित भण्डार	खनिज	संचित भण्डार
कोयला (coal)	8,577	ताम्र-अयस्क (copper ore)	40
लोह-अयस्क (iron ore)	2,300	सीसा-जस्ता अयस्क (lead zinc ore)	21
बॉक्साइट (bauxite)	240	मैंगनीज अयस्क (manganese ore)	8

घनारेख बनाने के लिये निम्न प्रकार गणना कीजिये :

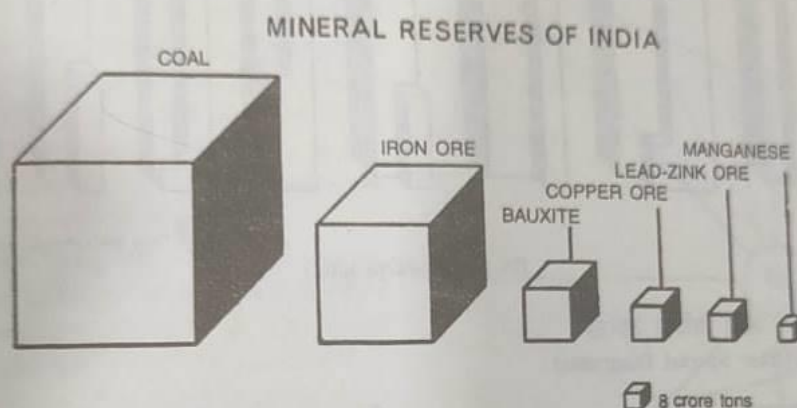
खनिज	संचित भण्डार (करोड़ टन)	घनमूल	घन की भुजा (सेमी)
कोयला	8,577	20.46	$\frac{20.46}{2} \times .25 = 2.56$
लोह-अयस्क	2,300	13.20	$\frac{13.20}{2} \times .25 = 1.65$
बॉक्साइट	240	6.21	$\frac{6.21}{2} \times .25 = 0.77$
ताम्र-अयस्क	40	3.42	$\frac{3.42}{2} \times .25 = 0.43$
सीसा-जस्ता अयस्क	21	2.76	$\frac{2.76}{2} \times .25 = 0.35$
मैंगनीज अयस्क	08	2.00	$\frac{2.00}{2} \times .25 = 0.25$

(G-20)



उपरोक्त सारणी में न्यूनतम घनमूल (2.0) प्रकट करने वाले घन की भुजा को सुविधानुसार 0.25 सेमी मानकर अन्य घनों की भुजाएँ ज्ञात की गई हैं। अब पहले बतलायी गई विधि के अनुसार 2.56, 1.65, 0.77, 0.43, 0.35 व 0.25 सेमी भुजा

वाले घन बनाकर क्रमशः कोयला, लौह-अयस्क, बॉक्साइट, ताम्र-अयस्क, सीसा-जस्ता अयस्क व मैंगनीज़ अयस्क के संचित भण्डारों को प्रकट कीजिये (चित्र 13.19 B)।



चित्र 13.19 B—घनरेख।

### [III] ब्लॉक-पुंज आरेख

(Block pile diagram)

इस आरेख में किसी मूल्य को प्रकट करने के लिये पूर्व निश्चित मापनी के अनुसार समान आकार वाले घनों की संख्या ज्ञात करके उन्हें एक पुंज के रूप में बनाते हैं। उदाहरणार्थ, यदि 1 घन = 5 टन की मापनी मानी गई है तो 100 टन प्रदर्शित करने के लिये आरेख में उसी आकार के  $100 \div 5 = 20$  घनों को मिलाकर पुंज बनाया जायेगा। प्रत्येक पुंज में घनों को इस प्रकार बनाते हैं कि उनकी सरलतापूर्वक गिनती की जा सके। अतः पुंज में घनों को 10-10 के कॉलमों में रखना सुविधानजक रहता है।

मान लीजिये, किसी पुंज में 400 छोटे घन दिखलाने हैं तो स्पष्ट है कि पुंज में 10-10 घनों के कुल 40 कॉलम होंगे। अब इन कॉलमों को सुविधानुसार  $10 \times 4$  अथवा  $8 \times 5$  की कतारों में रखकर पुंज बनाया जा सकता है। यदि 10-10 घनों के कॉलम बनाने पर कुछ घन शेष बच जाते हैं तो इन बचे हुए घनों के अपेक्षाकृत छोटे कॉलम को पुंज के सामने वाले पार्श्व पर बनाना चाहिए जिससे उसके प्रत्येक घन को गिना जा सके।

उदाहरण (20) निम्नलिखित आँकड़ों की सहायता से एक ब्लॉक-पुंज आरेख बनाइये :

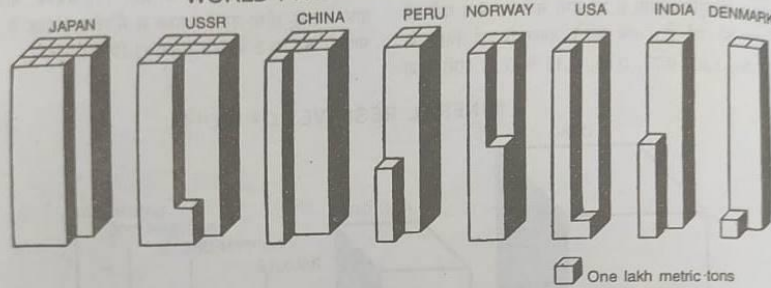
संसार में मत्स्य उत्पादन, 1978

देश	उत्पादन (लाख मीटरी टन)	देश	उत्पादन (लाख मीटरी टन)
जापान	110	नार्वे	35
सोवियत संघ	102	संयुक्त राज्य अमेरिका	31
चीन	70	भारत	25
पीरू	44	डेनमार्क	21

आरेख बनाने के लिये कोई उचित मापनी (मान लीजिये 1 इकाई घन = 1 लाख मीटरी टन) निश्चित करके प्रत्येक देश के मत्स्य उत्पादन को प्रकट करने वाले घनों की संख्या ज्ञात कीजिये। उपरोक्त मापनी के अनुसार जापान, सोवियत संघ, चीन, पीरू, नार्वे, संयुक्त राज्य अमेरिका, भारत व डेनमार्क के

मत्स्य उत्पादनों को क्रमशः 110, 102, 70, 44, 35, 31, 25 व 21 घनों के द्वारा प्रकट किया जायेगा। अब प्रत्येक देश के घनों को 10-10 के कॉलमों में रखकर समान दूरी के अन्तर पर आठ पुंज बनाइये तथा प्रत्येक पुंज पर सम्बन्धित देश का नाम लिखिये (चित्र 13.20)।

## WORLD PRODUCTION OF FISHERIES, 1978



चित्र 13.20—ब्लॉक-पुंज आरेख ।

अन्य विशिष्ट आरेख